Matura(P409)

*Zd.1.(1pkt).* Liczba $\frac{\left(9∙5^{16}-5^{15}\right)∙16^{3}}{4^{7}∙625^{4}}$ równa jest:

A. $\frac{9}{4}$ B. $\frac{11}{5}$ C. $\frac{9}{2^{2}∙15^{5}}$ D. $\frac{1}{2∙5^{12}}$

*Zad.2.(1pkt).* Wyrażenie (x + 4)(4 – x) – (1 – x)2 zapisać można w postaci:

A. 15 + 2x – 2x2 B. 15 – 2x C. 2x – 17 d. 2x2 – 2x – 17

*Zad.3.(1pkt).* Poniżej przedstawiony jest wykres funkcji y = f(x). Wskaż wykres funkcji y = f(-x).



*Zad.(4.(1pkt).* Ciąg: 3; x2; 27 jest ciągiem geometryczny, gdy:

A. tylko x = - 3 B. tylko x = 3 C. x = - 3 lub x = 3 D. x = - 9 lub x = 9

*Zad.5.(1pkt).* Kąt α jest ostry i $cosα=\frac{\sqrt{5}}{3}$. Wówczas:

A. $tgα=\frac{4\sqrt{5}}{5}$ B. $tgα=\frac{\sqrt{5}}{2}$ C. $tgα=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. $tgα=\frac{2}{3}$

*Zad.6.(1pkt).* Obwód kwadratu, którego przeciwległe wierzchołki maja współrzędne A=(-3; 5) i C=(5; 1) jest równy:

A. $2\sqrt{10}$ B. $4\sqrt{5}$ C. $8\sqrt{10}$ D. $16\sqrt{5}$

*Zad.7.(1pkt).* Dane są okręgi styczne wewnętrznie o promieniach $\begin{matrix}r\_{1}=10cm&i&r\_{2}=4cm\end{matrix}$. Zatem odległość między ich środkami jest równa:

A. 2cm B. 6cm C. 8cm D. 14cm

*Zad.8.(1pkt).* Rozwiązaniem równania $\frac{\left(x-2\right)(x+3)}{x^{2}-2x}=0$ jest:

A. x = 2 i x = - 3 B. tylko x = 2 C. tylko x = - 3 D. x = 0 i x = 2

*Zad.9.(1pkt).* Długość tworzącej stożka jest równa 6, a obwód jego podstawy wynosi $6\sqrt{3}π$. Kąt rozwarcia tego stożka ma miarę:

A. 300 B. 600 C. 900 D. 1200

*Zad.10.(1pkt).* Średnia arytmetyczna zestawu danych: 11; 1; 5; 9; x;3; 7; 12 o medianie 7,5 jest równa:

A. 8 B. 7,5 C. 7 D. 6,75

*Zad.11.(1pkt).* Suma wyrazów ciągu wyraża się wzorem $S\_{n}=2n^{2}-4n$, zatem:

A. $a\_{2}=-2$ B. $a\_{2}=-1$ C. $a\_{2}=0$ D. $a\_{2}=2$

*Zad.12.(1pkt).* Na rysunku przedstawiono wykres funkcji liniowej f(x) = *a*x + *b*. Zatem:



*Zad.13.(1pkt).* Punkt P=(-8; 15) znajduje się na końcowym ramieniu kąta α. Wówczas:

A. $cosα=-\frac{8}{17}$ B. $cosα=-\frac{8}{15}$ C. $cosα=\frac{8}{17}$ D. $cosα=\frac{15}{17}$

*Za.14.(1pkt).* Punkt O jest środkiem okręgu. Kąt środkowy α ma miarę:



*Zad.15.(1pkt).* Pole równoległoboku o bokach długości 6cm i 10cm i kącie rozwartym o mierze α = 1200 jest równe:

A. $30\sqrt{3}$cm2 B. 30cm2 C. $15\sqrt{3}$cm2 D. 15cm2

*Zad.16.(1pkt).* Równanie prostej prostopadłej do prostej 2x + y – 3 = 0 i przechodzącej przez punkt P=(4; -2) ma postać:

A. $y=\frac{1}{2}x+3$ B. $y=\frac{1}{2}x-4$ C. $y=-\frac{1}{2}x$ D. y = 2x – 10

*Zad.17.(1pkt).* Przekrojem prostopadłościanu zawierającym przekątną podstawy i przekątne sąsiednich ścian bocznych wychodzących z tego samego wierzchołka jest:

A. kwadrat B. prostokąt C. trójkąt D. trapez

*Zad.18.(1pkt).* Dany jest wykres funkcji y = f(x). Dziedziną D i zbiorem wartości ZW tej funkcji jest:



*Zad.19.(1pkt).* Ania wyjeżdżając na wakacje zamknęła walizkę za pomocą kodu czterocyfrowego. Pamiętała, że druga liczba jest liczbą pierwszą mniejszą od 7, trzecia jest liczbą nieparzystą, a czwarta to 5, ale zapomniała pierwszej liczby. Ile maksymalnie prób musi wykonać, aby otworzyć walizkę?

A. $9∙4∙5∙5$ B. $10∙3∙5∙1$ C. $10∙4∙5∙1$ D. $9∙3∙5∙5$

*Zad.20.(1pkt).* Największa wartość funkcji kwadratowej f(x) = - x2 + 6x – 5 w przedziale <-2; 4> jest równa:

A. 35 B. 22 C. 4 D. 3

*Zad.21.(1pkt).* Ilustracją graficzną zbioru rozwiązań nierówności $\frac{x+2}{2}-\frac{x-1}{4}<\frac{3}{4}x$ jest przedział:



*Zad.22.(1pkt).* Cena towaru z 22% podatkiem VAT wynosi 183zł. Cena tego towaru z 7% podatkiem VAT jest równa:

A. 160,50zł B. 195,81zł C. 210,45zł D. 223,26zł

*Zad.23.(1pkt).* Dany jest fragment wykresu pewnej funkcji kwadratowej y = f(x). Funkcja ta ma wzór:



*Zad.24.(1pkt).* Liczba $log\_{5}8-3log\_{5}2$ jest równa:

A. $log\_{5}56$ B. $log\_{5}\frac{16}{6}$ C. $log\_{5}1$ D. $3log\_{5}2$

*Zad.25.(1pkt).* Wzór ogólny ciągu arytmetycznego, w którym $\begin{matrix}a\_{3}=30&i&a\_{41}=524\end{matrix}$, to:

A. $a\_{n}=13n-9$ B. $a\_{n}=13n+4$ C. $a\_{n}=52n-52$ D. $a\_{n}=52n$

Zad.26.(2pkt). Głośność (w db) obliczamy ze wzoru $D=10log\frac{I}{I\_{0}}$, gdzie $I\_{0}=10^{-12}\frac{w}{m^{2}}$. Oblicz głośność krzyku niemowlęcia, dla którego natężenie $I=10^{-4}\frac{w}{m^{2}}$.

Zad.27.(2pt). Ze zbioru liczb {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9} losujemy kolejno bez zwracania trzy liczby, zapisujemy je w kolejności losowania i tworzymy liczbę trzycyfrową w taki sposób, że pierwsza wylosowana liczba jest cyfrą setek, druga jest cyfrą dziesiątek, a trzecia – cyfrą jedności. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia, że otrzymana liczba trzycyfrowa jest podzielna przez 4. Wynik przedstaw w postaci ułamka nieskracalnego.

Zad.28.(2pkt). Dwa okręgi o środkach A i B są styczne zewnętrznie i każdy z nich jest styczny do ramion tego samego kąta prostego. Wykaż, że stosunek obwodu większego z tych okręgów do obwodu mniejszego jest równy: $3+2\sqrt{2}$.



Zad.29.(2pkt). Rozwiąż nierówność: x2 – (3 – x)(x + 2) ≥ 4.

Zad.30.(2pkt). Oblicz wartość wyrażenia $\frac{\sqrt{2}cosα-3sinα}{4cosα}$ wiedząc, że $\begin{matrix}tgα=\sqrt{2}&i&α\in \left(0^{0};90^{0}\right)\end{matrix}$.

Zad.31.(2pkt). Liczba naturalna *n* przy dzieleniu przez 5 daje resztę 3, liczba *m* również przy dzieleniu przez 5 daje resztę 2. Udowodnij, że reszta z dzielenia iloczynu liczb $n∙m$ przez 5 daje resztę 1.

Zad.32.(4pkt). W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym ABCDS krawędź boczna ma długość 6, a kąt nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy ostrosłupa ma miarę 300. Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Zad.33.(5pkt). Ciąg (*b*n) jest arytmetyczny i $S\_{60}-S\_{39}=105$, gdzie *S*n oznacza sumę *n* początkowych wyrazów tego ciągu. Oblicz x, wiedząc, że liczby: $\begin{matrix}1;&\left(b\_{47}+b\_{53}\right)x;&5x+b\_{50}\end{matrix}$ tworzą rosnący ciąg geometryczny.

Zad.34.(4pkt). Dany jest trójkąt ABC, w którym A=(-2; -2) i B=(2; 1). Wierzchołek C leży na prostej o równaniu y = 2x – 3. Oblicz współrzędne C, dla którego suma kwadratów długości boków jest najmniejsza.

Matura 431 (rozszerzony)

Zad.1.(1pkt). Wartość wyrażenia $\frac{1}{1+log\_{2}3}+\frac{1}{1+log\_{3}2}$ jest równa:

A. – 1 B. 0 C. 1 D. 2

Zad.2.(1pkt). Wektor $\vec{A'B'}$ jest obrazem wektora $\vec{AB}$ w jednokładności o środku S i skali $k=-\frac{1}{2}$. Zatem:

A. $\vec{A'B'}=\frac{1}{2}\vec{BA}$ B. $\vec{A'B'}=-\frac{1}{2}\vec{BA}$ C. $\vec{A'B'}=\frac{1}{3}\vec{BA}$ D. $\vec{A'B'}=-\frac{1}{3}\vec{BA}$

Zad.3.(1pkt). Największa wartość funkcji f(x) = 1 + sin4x – cos4x określonej dla $x\in R$ to:

A. 1 B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2

Zad.4.(1pkt). Spośród poniższych nierówności wskaż tę, którą spełniają wszystkie liczby całkowite.

A. |2x – 15| > 1 B. |4x + 34| > 3 C. |4x + 38| > 1 D. |2x – 13| > 3

Zad.5.(1pkt). Liczba $\frac{6}{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}}$ jest równa:

A. $2\sqrt[3]{12}-2+\sqrt[3]{4}$ B. $\sqrt[3]{12}-2+\sqrt[3]{4}$ C. $2\sqrt[3]{2}-2+\sqrt[3]{4}$ D. $\sqrt[3]{2}-2+\sqrt[3]{4}$

Zad.6.(2pkt). Oblicz granicę jednostronną $\lim\_{x\to -2^{-}}\frac{x+1}{log\_{0,4}(3+x)}$.

Zad.7.(2pkt). Oblicz sumę kwadratów pierwiastków równania: 3x4 – 12x2 + 5 = 0.

Zad.8.(2pkt). Wykaż, że $sin\left(β+α\right)∙sin\left(β-α\right)=sin^{2}β-sin^{2}α$.

Zad.9.(3pkt). Na bokach AB, BC i AC trójkąta ABC wybrano odpowiednio punkty K, L i M w ten sposób, że |BK| = |BL| i |CL| = |CM|. Okrąg opisany na trójkącie KLM przecina bok AB tego trójkąta w punkcie N takim, że |AN| < |AK| (patrz rysunek). Udowodnij, że |AN| = |AM|.



Zad.10.(3pkt). Dany jest nieskończony ciąg geometryczny (*a*n) określony dla *n* ≥ 1, którego wyrazy są niezerowe i iloraz q spełnia warunek $q\in \left(-1;1\right)$. Suma S wszystkich wyrazów ciągu (*a*n), suma S1 wszystkich wyrazów ciągu (*a*n) o numerach nieparzystych oraz suma S2 wszystkich wyrazów ciąg (*a*n) o numerach parzystych są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego. Oblicz q.

Zad.11.(3pkt). Na osi liczbowej każde dwie spośród 1000 kolejnych liczb naturalnych {1; 2; 3; …; 999; 1000} połączono odcinkiem. Następnie wybrano losowo jeden z tych odcinków. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że do wylosowanego odcinka należy liczba 307 (może też być jednym z końców0. Wynik podaj w postaci ułamka nieskracalnego.

Zad.12.(4pkt). Obwód równoległoboku ABCD jest równy 26, miara kąta rozwartego ABC jest równa 1200, a promień okręgu wpisanego w trójkąt ABD jest równy $\sqrt{3}$. Oblicz długości boków równoległoboku ABCD.

Zad.13.(4pkt). Prosta y = *a*x + *b* jest styczna do wykresu funkcji y = x5 + 10x2 – 7. Wykaż, że *a* ≥ - 15.

Zad.14.(4pkt). W sześcian o krawędzi 4 wpisano kulę styczna do trzech ścian sześcianu i przechodzącą przez środek sześcianu. Oblicz promień tej kuli.

Zad.15.(5pkt). W trójkącie ABC o polu 20 dane są współrzędne dwóch wierzchołków: A=(-7; -1), B=(1; 3) oraz środek S=(-2; -1) okręgu opisanego na tym trójkącie. Wyznacz współrzędne wierzchołka C.

Zad.16.(6pkt). Wyznacz wszystkie wartości parametru *m*, dla których równanie x2 + (*m* – 1)x – *m*2 + 2 = 0 ma dwa rozwiązania rzeczywiste x1 i x2 (x1 ≠ x2), spełniające warunek $\frac{x\_{1}^{3}+x\_{2}^{3}}{x\_{1}∙x\_{2}}<2$.

Zad.17.(7pkt). Rozpatrujemy wszystkie trapezy równoramienne, w które można wpisać okrąg, i w których suma długości dłuższej podstawy i średnicy okręgu wpisanego jest równa 6. Wyznacz wymiary tego spośród trapezów, który ma najmniejszy obwód. Oblicz ten obwód.

Adres do kontaktów: babulewiczmikolaj@gmail.com